Cap 5 Equivalência de Métodos

5.1 — INTRODUÇÃO

Quando desejamos analisar alternativas, o primeiro ponto a cuidar é que elas sejam comparáveis. Assim, não faz sentido analisar os valores atuais (V_a) de uma assinatura de dois anos de uma revista com uma assinatura de três anos da revista, já que os serviços prestados são diferentes, além dos preços serem diferentes. Analogamente, não faz sentido analisar os planos de compra de uma máquina que irá durar dois anos com os de compra de outra que irá durar três anos. Nestes casos, é preciso igualar os serviços prestados analisando as alternativas em condições idênticas: seis anos de serviço (o mínimo múltiplo comum). Evidentemente, também não faz sentido analisar as alternativas de compra de dois equipamentos que prestam serviços totalmente diferentes, (dois tornos, um mais preciso que o outro), sendo esta diferença relevante. O problema é que a análise econômica só permite comparar aspectos de caráter econômico.

Para que se possa analisar alternativas, é, pois, inicialmente necessário que haja compatibilidade técnica de serviços prestados. Em segundo lugar, é preciso transformar os fluxos monetários em fluxos comparáveis. Isto é feito por meio de transformações em fluxos equivalentes. Vamos elaborar mais um pouco sobre este segundo aspecto.

Existem, basicamente, três processos para analisar as alternativas. São comparações entre:

a) **Equivalentes concentrados num ponto no tempo**. É o caso de compararmos valores atuais V_a, ou finais V_f ou então valores concentrados todos referidos a um mesmo ponto V_i que não precisa ser nem o início nem o fim.

b) **Equivalentes Uniformes Anuais**. É quando comparamos os fluxos transformados em anuidades uniformes **A**. Do ponto de vista econômico, é o mesmo que alugar o equipamento pagando uma anuidade, em vez de comprá-lo.

O método dos equivalentes uniformes anuais presta-se muito bem para analisar alternativas que envolvam equipamentos com tempos de vida diferentes. Neste caso, sem complicar os cálculos, a hipótese de um horizonte comum (mínimo múltiplo comum) fica automaticamente implícita, como veremos no próximo item do presente capítulo, e não há necessidade de cálculos tão complicados como os apresentados no primeiro parágrafo deste capítulo (horizontes iguais).

c) **Taxa de Retorno Intrínseca**. Este processo analise as rentabilidades dos projetos e as compara entre si.

Convém esclarecer que análises feitas por qualquer dos três métodos, quando prevalecem exatamente as mesmas condições e hipóteses, conduzem às mesmas conclusões. Quando as hipóteses básicas não forem bem explicitadas, os métodos poderão assumir hipóteses diferentes e conduzir a conclusões diferentes.

5.2 — AVALIAÇÃO DE ALTERNATIVAS COM HORIZONTES DIFERENTES

Para poder analisar dois projetos com horizontes diferentes sob a ótica do valor atual ou valor futuro, é preciso estabelecer um horizonte comum, que será o múltiplo comum dos dois. Para isto é preciso supor que ao longo do horizonte comum seja possível repetir as mesmas condições iniciais. Neste caso, é indiferente comparar os valores atuais das duas alternativas com horizontes iguais ou comparar os seus equivalentes uniformes. Geralmente, a comparação dos equivalentes uniformes é menos trabalhosa, e está implícito dentro deste tipo de análise que os horizontes serão iguais.

EXEMPLO 5-1

Desejo comprar um supertelemonocromomonocanal. Tenho duas opções:

a) Aparelho A, dando R$ 2.000,00 de entrada e mais cinco pagamentos mensais iguais de R$ 1.000,00;

b) Aparelho B, dando R$ 3.000,00 de entrada e mais dois pagamentos mensais de R$ 1.700,00.

O custo de oportunidade do capital é de 3% ao mês.

1) Qual dos dois planos é o melhor se os aparelhos A e B tiverem ambos o mesmo desempenho e mesmo tempo de vida?

2) Qual dos dois planos é o melhor sabendo que o aparelho A dura 25 meses e o aparelho B tem 20 meses de vida esperada? Neste caso desejo desfrutar do supertelemonocromomonocanal a vida inteira.

SOLUÇÃO:

1) Sendo os horizontes idênticos, podemos simplesmente comparar os valores atuais

a)

$$V_a = \text{entrada} + \text{prestação}\,\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} =$$

$$2.000 + 1.000\,\frac{(1+3\%)^5 - 1}{3\%(1+3\%)^5} = R\$6579,70$$

b)

$$V_a = \text{entrada} + \text{prestação}\,\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} =$$

$$3.000 + 1.700\,\frac{(1+3\%)^5 - 1}{3\%(1+3\%)^5} = R\$6252,95$$

Então o segundo plano é melhor.

2) Agora cada aparelho tem um horizonte diferente, e é preciso efetuar a comparação com horizontes iguais. Suporemos, pois um horizonte de 100 meses ao longo do qual compraremos

quatro aparelhos A ou cinco aparelhos B, mantendo sempre as mesmas condições de compra. Podemos, para isto, utilizar os equivalentes concentrados calculados no item 1, e obtemos

a)

$$V_a = V_{a_{anterior}} \sum_{n=0}^{3} \frac{1}{(1+i)^{25n}} =$$

$$6579,70\left(1 + \frac{1}{(1+3\%)^{25}} + \frac{1}{(1+3\%)^{50}} + \frac{1}{(1+3\%)^{75}}\right) = R\$11939,90$$

b)

$$V_a = V_{a_{anterior}} \sum_{n=0}^{4} \frac{1}{(1+i)^{20n}} =$$

$$6252,95\left(1 + \frac{1}{(1+3\%)^{20}} + \frac{1}{(1+3\%)^{40}} + \frac{1}{(1+3\%)^{60}} + \frac{1}{(1+3\%)^{80}}\right) = R\$13280,91$$

O aparelho A é preferível.

O mesmo resultado poderia ter sido obtido, comparando-se as anuidades equivalentes.

a) $$A = V_a \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 6579,70 \frac{3\%(1+3\%)^{25}}{(1+3\%)^{25} - 1} = R\$377,86$$

b) $$A = V_a \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 6252,95 \frac{3\%(1+3\%)^{20}}{(1+3\%)^{20} - 1} = R\$420,30$$

O aparelho A é preferível. Isto ilustra o fato de que ao simplesmente analisarmos as anuidades equivalentes de dois projetos com tempo de vidas diferentes estamos implicitamente assumindo horizontes iguais (mínimo múltiplo comum) estendidos em condições idênticas aos horizontes originais (mantendo os mesmos preços).

EXEMPLO 5-2

O problema consiste na decisão para aquisição de cinco equipamentos diferentes oferecidos por diferentes fornecedores. Qualquer deles resulta no mesmo desempenho técnico. Entretanto, o custo inicial, assim como os custos de manutenção, e o tempo de vida, são diferentes.

Tipo	Custo Inicial	Estimativa dos gastos em manutenção ao fim de cada ano de serviço						Tempo de vida em anos
	I	**M1**	**M2**	**M3**	**M4**	**M5**	**M6**	**N**
A	R$ 10.000	R$ 200	R$ 300					2
B	R$ 12.000	R$ 400	R$ 600	R$ 1.200				3
C	R$ 15.000	R$ 300	R$ 500	R $1.300	R$ 2.000			4
D	R$ 18.000	R$ 200	R$ 400	R$ 1.000	R$ 1.500	R$ 1.600		5
E	R$ 20.000	R$ 500	R$ 800	R$1.200	R$1.500	R$1.500	R$2.000	6

É preciso imaginar que, no fim da vida útil do equipamento, seja necessário comprar outro igual para continuar o mesmo serviço. Vamos assumir que o custo de oportunidade seja de 10% a.a. Analisemos o erro mais comum: considerar o valor presente de equipamentos com tempos de vida diferentes.

Custo/ano = (1/número de anos de tempo de vida) x (valor atual correspondente ao tempo de vida)

$$V_a = \sum_n V_{f_n} \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$A: \; V_a = \frac{1}{2}\left(10000 + 200\frac{1}{(1+10\%)^1} + 300\frac{1}{(1+10\%)^2}\right) = 5.215{,}00$$

$$B: \; V_a = \frac{1}{3}\left(12000 + \frac{400}{(1+10\%)^1} + \frac{600}{(1+10\%)^2} + \frac{1200}{(1+10\%)^3}\right) = 4.587{,}00$$

$$C: \; V_a = \frac{1}{4}\left(15000 + \frac{300}{(1+10\%)^1} + \frac{500}{(1+10\%)^2} + \frac{1300}{(1+10\%)^3} + \frac{2000}{(1+10\%)^4}\right) = 4.507{,}00$$

$$D: \; V_a = \frac{1}{4}\left(18000 + \frac{200}{(1+10\%)^1} + \frac{400}{(1+10\%)^2} + \frac{1000}{(1+10\%)^3} + \frac{1500}{(1+10\%)^4} + \frac{1600}{(1+10\%)^5}\right) = 4.256{,}00$$

$$E: \; V_a = \frac{1}{5}\left(20000 + \frac{500}{(1+10\%)^1} + \frac{800}{(1+10\%)^2} + \frac{1200}{(1+10\%)^3} + \frac{1500}{(1+10\%)^4} + \frac{1500}{(1+10\%)^5} + \frac{2000}{(1+10\%)^5}\right) = 4.184{,}00$$

Isto nos levaria à errônea conclusão de o equipamento E ser o economicamente mais vantajoso. O erro está em não considerar o desconto em relação ao presente (variável tempo) na compra de novo equipamento A no início do ano 3 ou equipamento B no início do ano 4 etc, quando comparamos ás diversas alternativas entre si.

Existem diversas soluções de análise no presente momento para compararmos possíveis compras de novos equipamentos em tempos futuros diferentes. Uma possibilidade é a de escrevermos fluxos completos, incluindo os valores das compras de novos equipamentos num horizonte de tempo que seja o mínimo múltiplo comum dos tempos de vida de todas as alternativas. Para o presente exemplo, seria 60 anos. Também podemos comparar as alternativas duas a duas com horizontes iguais, como por exemplo:

Alternativa A durante 4 anos comparada com a alternativa C também 4 anos

$$V_a = \sum_n V_{f_n} \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$A: \; V_a = \frac{1}{4}\left(10000 + \frac{200}{(1+10\%)^1} + \frac{300}{(1+10\%)^2} + \frac{10000}{(1+10\%)^3} + \frac{200}{(1+10\%)^4} + \frac{300}{(1+10\%)^5}\right) = 4.762{,}00$$

$$C: \; V_a = \frac{1}{4}\left(15000 + \frac{300}{(1+10\%)^1} + \frac{500}{(1+10\%)^2} + \frac{1300}{(1+10\%)^3} + \frac{2000}{(1+10\%)^4}\right) = 4.507{,}00$$

A alternativa C, com um custo anual de R$ 4.507,00 sobre o mesmo horizonte, é mais vantajosa que a alternativa A.

A alternativa B durante 6 anos comparada com a E também com seis anos resulta em:

$$V_a = \sum_n V_{f_n} \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$B: \; V_a = \frac{1}{6}\left(12000 + \frac{400}{(1+10\%)^1} + \frac{600}{(1+10\%)^2} + \frac{1200}{(1+10\%)^3} + \frac{12000}{(1+10\%)^4} + \frac{400}{(1+10\%)^5} + \frac{600}{(1+10\%)^6} + \frac{1200}{(1+10\%)^7}\right) = 4.105{,}00$$

$$E: \; V_a = \frac{1}{5}\left(20000 + \frac{500}{(1+10\%)^1} + \frac{800}{(1+10\%)^2} + \frac{1200}{(1+10\%)^3} + \frac{1500}{(1+10\%)^4} + \frac{1500}{(1+10\%)^5} + \frac{2000}{(1+10\%)^5}\right) = 4.184{,}00$$

Vemos, portanto, que agora a alternativa B é mais vantajosa que a alternativa E.

Assim prosseguíramos comparando duas a duas alternativas e chegaríamos à conclusão final. No entanto para evitar a comparação tão monótona e cansativa ao longo de um horizonte de 60 anos, recomendamos o cálculo de equivalentes uniformes anuais para cada uma das alternativas. Isto permite uma comparação imediata entre as diferentes opções.

O equivalente uniforme anual dá exatamente o custo no qual incorremos pelo uso de um ano de um equipamento. Assim, um ano de equipamento A custa (incluindo o custo de oportunidade do capital de 10% a.a.):

$$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow$$

$$A_A = \left(10.000 + \frac{200}{(1+10\%)^1} + \frac{300}{(1+10\%)^2}\right)\frac{10\%(1+10\%)^2}{(1+10\%)^2 - 1} = 6.009{,}90$$

e, analogamente,

$$B: \; V_a = \left(12000 + \frac{400}{(1+10\%)^1} + \frac{600}{(1+10\%)^2} + \frac{1200}{(1+10\%)^3}\right) = 13.761{,}00$$

$$A_B = (13.761{,}00)\frac{10\%(1+10\%)^3}{(1+10\%)^3 - 1} = 5.533{,}60$$

$$C: \; V_a = \left(15000 + \frac{300}{(1+10\%)^1} + \frac{500}{(1+10\%)^2} + \frac{1300}{(1+10\%)^3} + \frac{2000}{(1+10\%)^4}\right) = 18.028{,}00$$

$$A_C = (18.028{,}00)\frac{10\%(1+10\%)^4}{(1+10\%)^4 - 1} = 5.687{,}20$$

$$D: \; V_a = \left(18000 + \frac{200}{(1+10\%)^1} + \frac{400}{(1+10\%)^2} + \frac{1000}{(1+10\%)^3} + \frac{1500}{(1+10\%)^4} + \frac{1600}{(1+10\%)^5}\right) =$$
$$21.280{,}00$$

$$A_D = (21.280{,}00)\frac{10\%(1+10\%)^5}{(1+10\%)^5 - 1} = 5.613{,}60$$

$$E: \; V_a =$$
$$\left(20000 + \frac{500}{(1+10\%)^1} + \frac{800}{(1+10\%)^2} + \frac{1200}{(1+10\%)^3} + \frac{1500}{(1+10\%)^4} + \frac{1500}{(1+10\%)^5} + \frac{2000}{(1+10\%)^5}\right) =$$
$$25.104{,}00$$

$$A_E = (25.104{,}00)\frac{10\%(1+10\%)^6}{(1+10\%)^6 - 1} = 5.764{,}00$$

De modo que o mais econômico é o equipamento B.

5.3 — INVESTIMENTOS INCREMENTAIS

Quando estamos analisando um investimento e procuramos estudar a possibilidade de aumentar o empreendimento, estamos frente a um problema de investimento incremental. Tanto a técnica do valor atual como a técnica do equivalente uniforme anual são suficientes para analisar a conveniência ou não do investimento incremental. Entretanto, o presente item pretende aumentar a compreensão de tal tipo de investimento. Do ponto de vista matemático, o valor incremental é tão somente a derivada. Para as presentes aplicações, não será necessário derivar função alguma, mas é preciso ter em mente o conceito.

Um investimento I_1 pode fornecer um retorno que julgamos compensador. Uma outra alternativa complementar ou substitutiva (mas não independente), que necessita de um investimento I_2, também pode ser interessante. Se $I_2 > I_1$, perguntamo-nos: será que não seria melhor parar em I_1 e aceitar a primeira proposta, ou devemos investir I_2 e aceitar a segunda proposta?

A resposta é que, se I_1 for atraente e I_2 também, nada assegura, em princípio, que o investimento incremental entre as duas propostas (I_2 — I_1) seja atraente. Pode acontecer que I_1 seja extremamente rentável, (I_2 — I_1) dê um pouco de prejuízo, de modo que I_2 também apareça como uma proposta atraente. O que se deve fazer é, primeiro, analisar se I_1 é atraente. Em caso afirmativo, analisar se (I_2 — I_1) é atraente. Em caso, mais uma vez, afirmativo, decide-se por investir em I_2. Caso contrário, fica-se com o investimento tão-somente em I_1.

O procedimento recomenda ordenar os investimentos do menor para o maior. Cada incremento em investimento deve justificar sua existência, trazendo um retorno aceitável. Caso contrário, não se justifica o incremento de investimento. A Figura 5-1 ilustra o caso de investimentos I_1 e I_2 dando retornos r_1 e r_2. Imagine que os retornos sejam a renda anual correspondente aos investimentos e que o horizonte de tempo seja infinito. No caso **a**, vemos que convém investir até I_2. No caso **b**, apesar de r_2 ser atrativo, convém parar em I_1 e não investir até I_2. No caso c, apesar de (I_2 — I_1) ser rentável, o projeto I_1 é tão ruim que ele compromete o conjunto, e não convém fazer investimento algum. No caso d, o projeto I_1 é muito ruim, mas (I_2 — I_1) compensa, de modo que só convém empreender o projeto todo até I_2.

retorno

Invisto até I_2;
$r_3 < r_2$

r_2 r_3 r_1

mínimo aceitável

I_1 I_2 Investimento

a

retorno

Invisto até I_1;
$r_3 > r_2$

r_3 r_2 r_1

mínimo aceitável

I_1 I_2 Investimento

b

retorno

(I_2 — I_1) é atraente
mas, como I_1 é muito
ruim, não invisto nada

mínimo aceitável

I_1 I_2 Investimento

c

retorno

(I_2 — I_1) compensa e
invisto até I_2

mínimo aceitável

I_1 I_2 Investimento

d

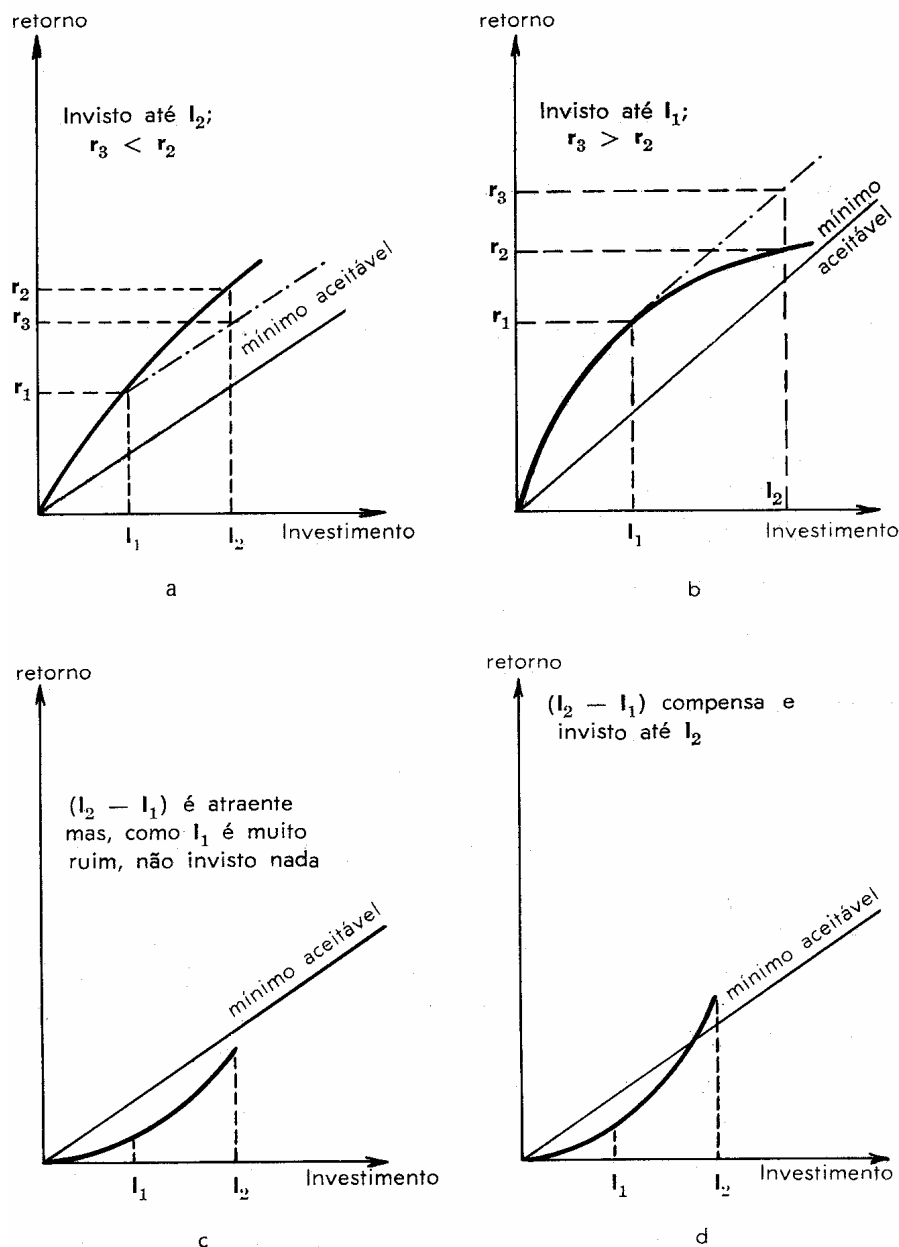



FIGURA 5-1

EXEMPLO 5-3

Sua firma pretende investir de modo a aumentar suas receitas. Numa reunião de diretoria, apareceram três propostas diferentes, das quais apenas uma deverá ser empreendida, de modo que estamos frente a propostas mutuamente exclusivas.

A — Comprar um supernãotendochiireleaseoops! e arrendá-lo para outros usuários

Custo inicial R$ 6.000.000

Tempo de vida6 anos

Retorno anual R$ 2.100.000

Valor residual R$ 1.500.000

B — Pagar uma dívida de longo prazo, incorrida três anos atrás.

Ainda faltam seis pagamentos

Pagamento anual R$ 1.200.000

Acordo proposto para pagamento a vista imediato R$ 6.000.000

C — Investir em equipamento de terraplenagem

Custo inicial R$ 4.500.000

Gastos anuais com operação e manutenção R$ 450.000

Receita anual proveniente deste investimento R$ 1.650.000

Vida útil do equipamento 6 anos

Valor residual R$ 600.000

Se o retorno mínimo aceitável for fixado, pela diretoria, em 15% ao ano, deveremos empreender algum projeto? Qual deles?

Solução

Inicialmente verificamos, que o projeto C (o de menor investimento) é rentável, pois

$$V_{a_C} = -4.500.000 + (1.650.000 - 450.000)\frac{(1+15\%)^6 - 1}{15\%(1+15\%)^6} + \frac{600.000}{(1+15\%)^6} =$$

R$300.775,90

que é positivo, portanto há retorno sobre o investimento. A seguir comparamos os projetos A e B (que requerem o mesmo investimento) e concluímos que o projeto A é

melhor, pois

$$V_{a_A} = -6.000.000 + (2.100.000)\frac{(1+15\%)^6 - 1}{15\%(1+15\%)^6} + \frac{1.500.000}{(1+15\%)^6} =$$

R$2.595.905,10

rende mais que o mínimo aceitável, enquanto que o projeto B só há desembolso e portanto o valor atual é negativo. Agora, a pergunta é se vale a pena proceder ao investimento incremental para passar do projeto C para o projeto A.

Escrevemos a tabela correspondente aos fluxos de dinheiro envolvidos nos planos A e C e a comparação entre eles. Para os anos t = 1 a 5, a receita líquida do projeto C é (1.650.000 — 450.000) = 1.200.000,00

Ano	Pojeto A	Projeto B	Incremento A-C
0	-6.000.000	-4.500.000	-1.500.000
1	2.100.000	1.200.000	900.000
2	2.100.000	1.200.000	900.000
3	2.100.000	1.200.000	900.000
4	2.100.000	1.200.000	900.000
5	2.100.000	1.200.000	900.000
6	3.500.000	1.800.000	1.800.000

$$V_{a_{A-C}} = -1.500.000 + 900.000\frac{(1+15\%)^5 - 1}{15\%(1+15\%)^5} + \frac{1.800.000}{(1+15\%)^6} =$$

$$R\$2.295.129{,}30$$

Isto significa que vale a pena aceitar o plano A em vez do plano C, pois o investimento adicional de R$ 1.500 traz um retorno compensador, isto é, o valor presente do retorno, devido ao investimento adicional, é maior que este investimento adicional.

Observe-se que (A — C) foi analisado como sendo um projeto em si.

Verifique que, se a receita anual de C fosse maior que 2.257.000, a conclusão se inverteria.

EXEMPLO 5-4

Uma firma consegue um financiamento especial, a juros baixos, para um empreendimento específico que foi considerado de interesse nacional. Os juros cobrados são de 8% por período. O fluxo final do projeto, em milhares de reais, é: V_0 = — 600; V_1 = —500; $V_2 = V_3 = \ldots = V_{20}$ = 300. A firma conseguirá capital para investir neste projeto a 8%, mas somente para este projeto. Por outro lado, a firma deseja estudar a viabilidade econômica de ampliar o mesmo projeto, apesar de neste caso de ampliação, ela ter de levantar capital a 15% de juros e, ao empreender a ampliação, ela ter de deixar de aplicar em outro empreendimento, de mesmo horizonte que lhe traria uma taxa de retorno de 25%. A ampliação resulta em urna alteração do fluxo, tal que os novos valores seriam: V_0 = — 2.000; V_1 = — 500; $V_2 = V_3 = \ldots = V_{20}$ = 700. Analise a viabilidade das duas propostas.

Inicialmente, vamos analisar a proposta básica pelo método do valor atual. Como o projeto tem financiamento (a juros básicos vinculado à sua execução, o custo do capital é de 8%).

$$V_{a_A} = -600.000 - \frac{500.000}{1+8\%} + 300.000\frac{(1+8\%)^{19} - 1}{8\%(1+8\%)^{19}}\frac{1}{1+8\%} = R\$1.604.703{,}50$$

de modo que o projeto é viável.

Para a ampliação do projeto, a firma terá de levantar capital por seus próprios meios, ao custo de 15%. Entretanto, seu custo de oportunidade será de 25%, de modo que, analisando o incremento

V_0 = — 1.400; V_1 = 0; $V_2 = V_3 = ... = V_{20}$ = 400, resulta

$$V_{a_{A-B}} = -1.400.000 - \frac{0}{1+25\%} + 400.000\,\frac{(1+25\%)^{19}-1}{25\%(1+25\%)^{19}}\,\frac{1}{1+25\%} = -R\$138.446,70$$

de modo que o incremento (ampliação do projeto) não é viável.

5.4 — BENEFÍCIOS — CUSTOS

Outro método para reportar a avaliação de alternativas consiste em calcular os Benefícios e os Custos, ambos referidos a um mesmo ponto no tempo, e, se os Benefícios excederem os Custos, a proposta deve ser aceita; caso contrário, rejeitada. É comum apresentar-se o resultado final de análise como um quociente. B/C, que se > 1 resulta na aceitação do projeto. Outro modo é por (B — C), que se > 0 resulta na aceitação do projeto.

A apresentação sob a forma B/C deve ser feita com certos cuidados, pois, se considerarmos certa economia de custos como uma redução de custos ou como um benefício, diminuímos o denominador ou aumentamos o numerador, alterando a relação B/C. Seja um caso onde identificamos uma economia de custos Δ em um projeto tal que [B−(C−Δ)]>0 ou [(B+Δ)−C] > 0. Neste caso, B/(C-Δ) é > 1 e também (B+Δ)/C>1, mas terão valores diferentes. Vemos, pois, que o valor de B/C dependerá de como a economia de custos foi contabilizada. Uma tentativa de ordenar projetos pela sua relação B/C , para um posterior selecionamento, pode levar a conclusões errôneas. Felizmente, este fato apontado só altera o quanto B/C > 1, mas não pode inverter o sinal da desigualdade. Evidentemente, vale o mesmo raciocínio para B/C < 1. Tais ginásticas contábeis são inócuas quando o resultado é apresentado sob a forma (B − C). Esta última forma é mais segura.

Novamente, convém lembrar que, conforme o visto no item anterior, investimentos incrementais devem justificar-se por si próprios (e não englobados num total), quer o critério de avaliação seja por comparação de valores atuais, equivalentes uniformes anuais ou análise Benefício-Custo.

EXEMPLO 5-5

A DERSA acaba de estudar uma interligação entre a Via Anchieta e a Rodovia dos Imigrantes. Devido à topografia, que é difícil, a alternativa mais curta resulta em custos maiores.

Alternativa	Investimento Inicial (R$)	Comprimento (km)	Gastos Anuais (R$)
A	75.000.000	5	300.000
B	30.000.000	15	600.000

Considerando a vida útil de ambas as alternativas como idênticas e iguais a 20 anos, calcule os custos equivalentes uniformes anuais (EUA) de cada interligação. O dinheiro para a construção será obtido por empréstimo do governo (através de obrigações), e custa 5% ao ano de juros reais. Com os dados abaixo, calcule os EUA dos benefícios para cada alternativa.

Trafego Diário	Nº/dia	Custo (R$)/Km	Custo (R$)/h
Comercial	1.000	0,30	18
Particular	2.000	0,03	9

Observe que o DERSA é quem incorre nos custos. Quanto aos benefícios, estes são desfrutados pelo público. No presente caso, os benefícios são a economia global da população pelo uso de um trajeto de estrada mais curto.

Supomos que ambos, veículos comerciais e veículos particulares, trafeguem a uma velocidade média de 40 km/hora; uso de 365 dias/ano. Qual a relação Benefício/Custo para o incremento de investimento da alternativa A em relação à alternativa B?

Custos	**Alternativas (em milhares de R$)**	
	A	B
Inicial	$75000\,\frac{5\%(1+5\%)^{20}}{(1+5\%)^{20}-1} = 6.000$	$30000\,\frac{5\%(1+5\%)^{20}}{(1+5\%)^{20}-1} = 2.400$
Manutenção Anual	300	600
EUA dos Gastos Totais	6.300	3.000
Custos dos usuários $365 * km * \left(\frac{R\$}{km} + \frac{R\$}{h} / 40\,\frac{km}{h}\right)$	2.299,5	6.898,5
Benefício Incremental Usuários	=6.989,5-2.299,5=4.990	
Custo Incremental DERSA	=6.300-3.000=3.300	
Benefício/Custo	$\frac{4.990}{3.300} = 1,39$	

De modo que concluímos ser vantajoso optar pela alternativa A.

Se o custo do capital tivesse sido maior do que 5% ao ano, os custos aumentariam, e a relação B/C diminuiria. Vemos, pois que, para um custo do capital maior, a alternativa que exige maiores investimentos poderia se tornar desvantajosa.

Num país carente de capital, o custo do capital é grande, e esta é a razão pela qual as obras são de menor porte que nos países com abundância de capital. A determinação do custo do capital para obras públicas serve para delimitar automaticamente o tamanho de uma obra, permitindo, assim, que os recursos públicos se dividam eficientemente entre hospitais, escolas, estradas e outras obras públicas, de modo a trazer os maiores benefícios globais para a população. É função das entidades governamentais estabelecer os custos de capitais para as obras públicas, de modo a alocar os gastos eficientemente dentro das metas desejadas.

EXEMPLO 3-6

A Companhia de Energia do Estado de São Paulo pretende construir uma usina geradora hidrelétrica em terreno que já é de sua propriedade, de modo que não haverá custos iniciais para o terreno. O Departamento de projetos apresenta três alternativas, que resultam em barragens com as seguintes alturas: 58 metros, 65 metros e 70 metros. Quanto mais alta a barragem, mais energia poderá ser gerada. O resumo dos estudos segue a tabela:

Alternativa→	**I**	**II**	**III**
Altura da barragem	58m	65m	70m
Custo da barragem	R$ 9.000.000	R$ 11.500.000	R$ 15.500.000
Custo de instalações	R$ 900.000	R$ 900.000	R$ 900.000
Custo de equipamento	R$ 4.428.500	R$ 4.938.500	R$ 5.372.000
Investimento total	R$ 14.328.500	R$ 17.338.500	R$ 21.772.000
Gastos de Operação e Manutenção Anual	R$ 620.000	R$ 710.000	R$ 845.000
HP gerados	26.050	29.050	31.600
Valor de eletricidade/ano	R$ 3.647.000	R$ 4.067.000	R$ 4.424.000

A vida útil da barragem e do equipamento é de 40 anos, após os quais não se pode recuperar nada. O custo do capital levantado para tal tipo de empreendimento é de 7% ao ano de juros reais.

Para resolver o problema da análise das alternativas, inicialmente observamos que:

I: $$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow A = 14.328.500\,\frac{7\%(1+7\%)^{40}}{(1+7\%)^{40} - 1} = 1.075.000$$

II: $$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow A = 17.338.500\,\frac{7\%(1+7\%)^{40}}{(1+7\%)^{40} - 1} = 1.300.000$$

III: $$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow A = 21.772.000\,\frac{7\%(1+7\%)^{40}}{(1+7\%)^{40} - 1} = 1.635.000$$

e para o custo total anual somamos o equivalente do investimento com os gastos de operação e manutenção, que já são valores anuais:

I	1.075.000 + 620.000 =1.695.000
II	1.300.000 + 710.000 = 2.010.000
III	1.635.000 + 845.000 = 2.480.000

a) Vamos, inicialmente, analisar as alternativas por Benefício/ Custo. Comecemos pela de menor custo:

$$\frac{B_I}{C_I} = \frac{3.647.000}{1.695.000} = 2{,}15 > 1$$

portanto vale a pena empreender o projeto.

Até quanto vale a pena aumentar a altura da barragem? Para isto procedemos à análise incremental.

$$\frac{B_{II} - B_I}{C_{II} - C_I} = \frac{420.000}{315.000} = 1{,}33 > 1$$

e portanto vale a pena aumentar até 65 metros de altura.

Observe que $\frac{B_{II}}{C_{II}} = \frac{4.067.000}{1.300.000} = 2{,}02 > 1$. Apesar de $\frac{B_{II}}{C_{II}} < \frac{B_I}{C_I}$ a alternativa

II é melhor que a alternativa I, como havíamos comentado no início do texto deste tópico. Este exemplo ilustra uma das razões para não se utilizar a relação B/C!, para ordenar projetos, mas tão-somente para aceitar ou rejeitar.

Vale a pena aumentar mais?

$\frac{B_{III} - B_{II}}{C_{III} - C_{II}} = \frac{357.000}{470.000} < 1$ e portanto não vale a pena aumentar até 70m.

A recomendação é construir-se uma barragem de 65m de altura.

Observe que $\frac{B_{III}}{C_{III} - C_{II}} = \frac{4.424.000}{2.48.70.000} = 1{,}78$ e que, se não tivéssemos feito uma análise completa e cuidadosa, poderíamos ter sido erroneamente conduzidos à escolha da obra de 70m. A existência da alternativa II é que desqualifica a alternativa III.

Se o custo do capital fosse menor, talvez chegássemos à conclusão de que a obra de 70m seria mais vantajosa. É preciso sempre ter em mente que gastos numa obra com financiamento público são sempre em detrimento de outras obras, já que o financiamento global é limitado.

Poderíamos resolver o mesmo problema por cálculo de Valor Atual. A conclusão seria a mesma. Este exercício é deixado para o leitor.

5.5 — TAXA DE RETORNO INTRÍNSECA (TAXA INTERNA DE RETORNO)

Pelo que estudamos até agora, é sempre necessário fornecer ao problema de análise a taxa de oportunidade mínima aceitável. E se não soubermos identificar, a priori, uma taxa mínima aceitável? Neste caso, podemos resolver o problema inverso e calcular a taxa tal que a proposta seja aceitável. Se tivermos uma proposta pela qual um investimento inicial **I** rende quantias $\mathbf{A_1}$ no fim do primeiro período e $\mathbf{A_2}$ no fim do segundo período o que podemos dizer em termos de aceitabilidade ou não da proposta?

Pelo exposto podemos escrever:

$I = \frac{A_1}{1+i} + \frac{A_2}{(1+i)^2}$ ou então denominando $q = \frac{1}{1+i} \rightarrow A_2 q^2 + A_1 q - I = 0$

o objetivo é determinarmos o valor $q = \frac{1}{1+i}$ que torne a expressão acima verdadeira. Consideremos que $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$ e **I** sejam todos valores positivos. Da matemática sabe-se que um polinômio ordenado em ordem decrescente de seus expoentes (em q) terá tantas raízes reais quantas as inversões de sinal que ele possuir.

Para o caso da configuração acima (apenas uma inversão no sinal do fluxo de dinheiro), resulta uma só raiz dupla, e obtemos o valor desejado i. Chamaremos i* de taxa de retorno intrínseca da proposta (TIR) ou taxa de retorno interna.

Se o valor encontrado para a TIR for maior do que aquele que normalmente consideraríamos o mínimo aceitável, devemos aceitar a proposta. Caso contrário, rejeita-se. O método da taxa de retorno intrínseca é muito empregado, e convém ser analisado com um pouco mais de detalhe.

EXEMPLO 5-7

Para uma operação de aquecimento de água num hotel posso utilizar:

a) aquecimento solar a um investimento de R$ 1.000.000, um custo variável de R$ 1.000 por ano e sabendo que o equipamento durará 20 anos;

b) aquecimento a óleo combustível com um investimento de R$ 400.000, um custo anual de R$ 100.000 e sabendo que o equipamento durará dez (10) anos.

É possível repetir as alternativas quantas vezes se desejar, nas mesmas condições. Calcule a taxa de desconto para a qual é indiferente escolher entre uma e outra.

Solução:

O custo anual do equipamento solar é

$$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow A = 1.000.000\,\frac{i(1+i)^{20}}{(1+i)^{20} - 1} + 1.000$$

o custo anual do equipamento a óleo combustível é

$$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow A = 400.000\,\frac{i(1+i)^{10}}{(1+i)^{10} - 1} + 100.000$$

O valor i* que iguala os dois custos (ponto de indiferença) é i*= 18,2%. Este valor pode ser encontrado por tentativa e erro analisando a expressão

$$1.000.000\,\frac{i(1+i)^{20}}{(1+i)^{20} - 1} + 1.000 = 400.000\,\frac{i(1+i)^{10}}{(1+i)^{10} - 1} + 100.000 \rightarrow$$

$$1.000.000\,\frac{i(1+i)^{20}}{(1+i)^{20} - 1} - 400.000\,\frac{i(1+i)^{10}}{(1+i)^{10} - 1} - 99.000 = 0$$

Se o custo de oportunidade i for maior que o valor i* então prefiro o equipamento a óleo combustível que requer um investimento inicial menor (experimente numericamente) e resulta mais barato. Se i < i* prefiro o equipamento de aquecimento solar.

EXEMPLO 5-8

A financeira Financia Duranghos tem a possibilidade de financiar as vendas de uma agência de viagens. Basicamente, são oferecidos dois planos, que do ponto de vista da financeira aparecem como:

Plano	Empréstimo total	Prestações mensais	Número de meses
A	R$ 2638,59	R$ 176,00	18
B	R$ 5.330,25	R$ 238,00	30

Observando a tabela para o plano A

$$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow 176 = 2.638{,}59\,\frac{i(1+i)^{18}}{(1+i)^{18} - 1} \rightarrow \frac{V_a}{A} = 14{,}99$$

e para o plano B

$$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow 238 = 5.330{,}25\,\frac{i(1+i)^{30}}{(1+i)^{30} - 1} \rightarrow \frac{V_a}{A} = 22{,}39$$

segundo a tabela que se segue:

n	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%	20%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091	0,8929	0,8696	0,8475	0,8333
2	1,9704	1,9416	1,9135	1,8861	1,8594	1,8334	1,8080	1,7833	1,7591	1,7355	1,6901	1,6257	1,5656	1,5278
3	2,9410	2,8839	2,8286	2,7751	2,7232	2,6730	2,6243	2,5771	2,5313	2,4869	2,4018	2,2832	2,1743	2,1065
4	3,9020	3,8077	3,7171	3,6299	3,5460	3,4651	3,3872	3,3121	3,2397	3,1699	3,0373	2,8550	2,6901	2,5887
5	4,8534	4,7135	4,5797	4,4518	4,3295	4,2124	4,1002	3,9927	3,8897	3,7908	3,6048	3,3522	3,1272	2,9906
6	5,7955	5,6014	5,4172	5,2421	5,0757	4,9173	4,7665	4,6229	4,4859	4,3553	4,1114	3,7845	3,4976	3,3255
7	6,7282	6,4720	6,2303	6,0021	5,7864	5,5824	5,3893	5,2064	5,0330	4,8684	4,5638	4,1604	3,8115	3,6046
8	7,6517	7,3255	7,0197	6,7327	6,4632	6,2098	5,9713	5,7466	5,5348	5,3349	4,9676	4,4873	4,0776	3,8372
9	8,5660	8,1622	7,7861	7,4353	7,1078	6,8017	6,5152	6,2469	5,9952	5,7590	5,3282	4,7716	4,3030	4,0310
10	9,4713	8,9826	8,5302	8,1109	7,7217	7,3601	7,0236	6,7101	6,4177	6,1446	5,6502	5,0188	4,4941	4,1925
11	10,3676	9,7868	9,2526	8,7605	8,3064	7,8869	7,4987	7,1390	6,8052	6,4951	5,9377	5,2337	4,6560	4,3271
12	11,2551	10,5753	9,9540	9,3851	8,8633	8,3838	7,9427	7,5361	7,1607	6,8137	6,1944	5,4206	4,7932	4,4392
13	12,1337	11,3484	10,6350	9,9856	9,3936	8,8527	8,3577	7,9038	7,4869	7,1034	6,4235	5,5831	4,9095	4,5327
14	13,0037	12,1062	11,2961	10,5631	9,8986	9,2950	8,7455	8,2442	7,7862	7,3667	6,6282	5,7245	5,0081	4,6106
15	13,8651	12,8493	11,9379	11,1184	10,3797	9,7122	9,1079	8,5595	8,0607	7,6061	6,8109	5,8474	5,0916	4,6755
16	14,7179	13,5777	12,5611	11,6523	10,8378	10,1059	9,4466	8,8514	8,3126	7,8237	6,9740	5,9542	5,1624	4,7296
17	15,5623	14,2919	13,1661	12,1657	11,2741	10,4773	9,7632	9,1216	8,5436	8,0216	7,1196	6,0472	5,2223	4,7746
18	16,3983	14,9920	13,7535	12,6593	11,6896	10,8276	10,0591	9,3719	8,7556	8,2014	7,2497	6,1280	5,2732	4,8122
19	17,2260	15,6785	14,3238	13,1339	12,0853	11,1581	10,3356	9,6036	8,9501	8,3649	7,3658	6,1982	5,3162	4,8435
20	18,0456	16,3514	14,8775	13,5903	12,4622	11,4699	10,5940	9,8181	9,1285	8,5136	7,4694	6,2593	5,3527	4,8696
21	18,8570	17,0112	15,4150	14,0292	12,8212	11,7641	10,8355	10,0168	9,2922	8,6487	7,5620	6,3125	5,3837	4,8913
22	19,6604	17,6580	15,9369	14,4511	13,1630	12,0416	11,0612	10,2007	9,4424	8,7715	7,6446	6,3587	5,4099	4,9094
23	20,4558	18,2922	16,4436	14,8568	13,4886	12,3034	11,2722	10,3711	9,5802	8,8832	7,7184	6,3988	5,4321	4,9245
24	21,2434	18,9139	16,9355	15,2470	13,7986	12,5504	11,4693	10,5288	9,7066	8,9847	7,7843	6,4338	5,4509	4,9371
25	22,0232	19,5235	17,4131	15,6221	14,0939	12,7834	11,6536	10,6748	9,8226	9,0770	7,8431	6,4641	5,4669	4,9476

vemos que ambas as propostas correspondem a uma TIR 2% por período (mês). Ou seja, 2% ao mês correspondem à taxa de retorno intrínseca anual de 26,8% a.a.

Para o cliente, é comum anunciar-se que ele está pagando juros de 2% x 12 = 24% a.a. Esta seria a chamada taxa de juros nominal. Entretanto, a taxa de juros efetiva é de 26,8% ao ano.

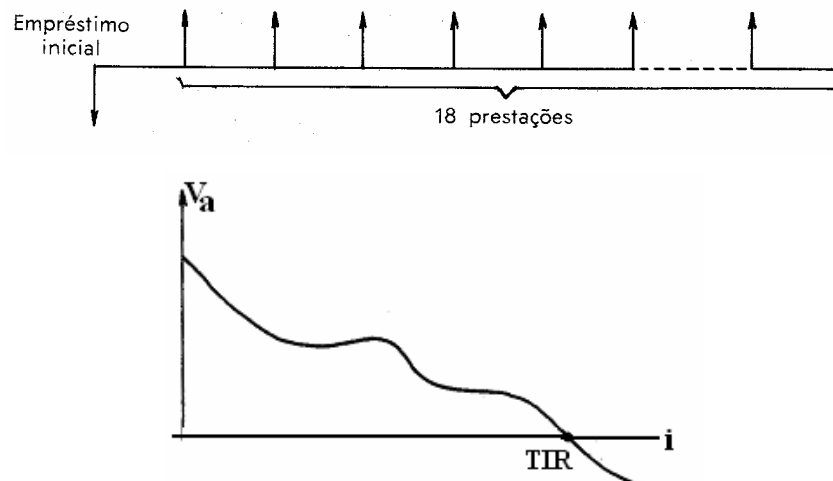
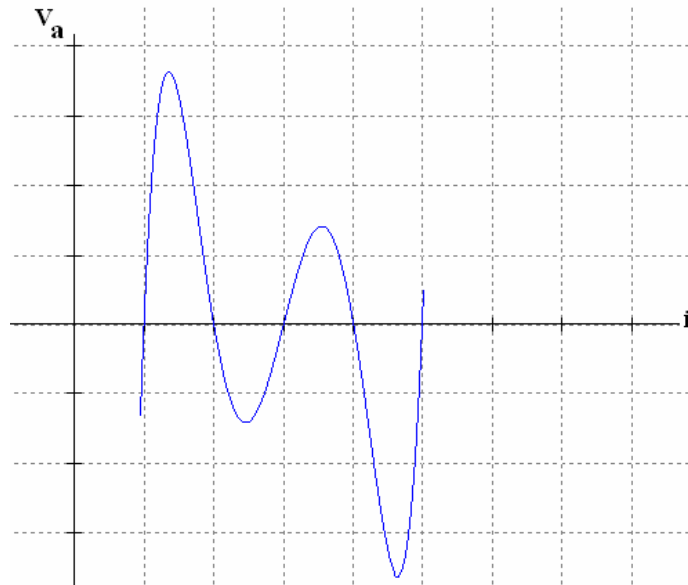
Cabe agora ao cliente decidir se esta TIR lhe é satisfatória ou não.

O método da Taxa Interna de Retorno tem o aspecto extremamente agradável de não exigir, a priori, o estabelecimento de uma taxa de juros mínima aceitável, para, então, calcular o valor atual ou equivalente uniforme anual de cada alternativa. Podemos calcular a TIR das diversas alternativas apresentadas ao investidor, ordená-las em ordem decrescente de valor e ir empreendendo da maior para a menor até acabar o capital disponível para investir. Se soubermos qual o custo de oportunidade do capital, para o investidor em estudo, podemos decidir sempre que a TIR resultar maior que o custo de oportunidade convém empreender o investi mento.

Naturalmente, pode haver combinações ótimas de alternativas que não sejam evidentes à primeira vista e requeiram estudo mais elaborado, empregando programação matemática.

Devemos chamar a atenção sobre alguns aspectos importantes do método.

a) Raízes Múltiplas

A taxa de retorno é o valor correspondente ao zero de um polinômio. No diagrama abaixo, o polinômio é de grau 18. Isto quer dizer que, em princípio, poderia ter 18 raízes diferentes, algumas delas até mesmo imaginárias. Por sorte, no referido caso, como só há uma inversão de sinal, pode-se provar matematicamente que o polinômio só tem um zero

Se houvesse mais de uma inversão de sinal, poderíamos obter uma curva mais complicada sem, entretanto trazer maiores problemas para o significado da TIR. Entretanto, também poderia ocorrer o caso para o qual não teria sentido algum procurar um valor para a TIR.

No caso do gráfico acima, quais das cinco raízes corresponde ao valor da TIR? Nenhuma, pois, neste caso, não tem sentido definir a TIR.

Alguns autores [1]procuram, por meio de interpretações rebuscadas, que envolvam investimentos e retornos sucessivos, salvar o conceito e o método da Taxa Interna de Retorno denominando-a de Taxa Interna de Retorno Modificada. Entretanto, para o caso em que apareçam raízes múltiplas, recomendamos abandonar o método.

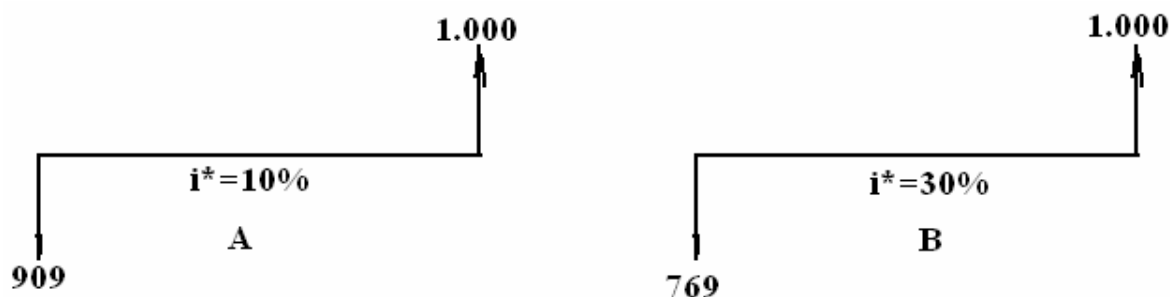
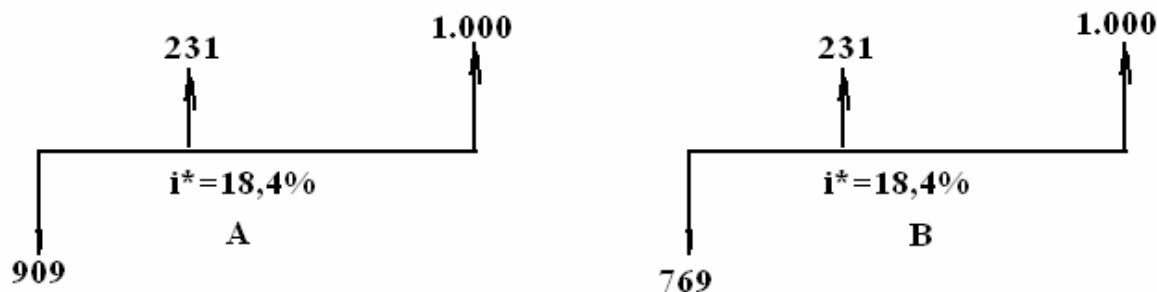
b) O Problema do Horizonte (tempo)

O método da TIR, para classificar alternativas para investi mentos segundo sua rentabilidade, se utilizado sem mais considerações, supõe que, ao terminar a última parcela do fluxo de dinheiro, haja oportunidade de tornar a investir em condições idênticas à anterior. Caso contrário, um projeto com TIR maior e horizonte menor pode, globalmente, resultar menos vantajoso que outro de horizonte maior.

Qualquer que seja o método (V_a, EUA ou TIR), partem do pressuposto que os horizontes são iguais. Quando empregamos o método do valor atual, fomos obrigados a repetir seqüências de investimentos até achar um mínimo múltiplo comum ao número de períodos para igualar os horizontes e então comparar as alternativas. Os métodos EUA e TIR não requerem esta extensão dos períodos para um mínimo múltiplo comum. É, entretanto, necessário observar que fica implícita a hipótese de poder repetir-se cada alternativa em condições idênticas, ao longo de um número de períodos igual a um múltiplo comum. Caso contrário, o projeto mais

[1] Teichroew, Robichek e Montalbano "Mathematical Analysis of Rates of Return under uncertainly", Management Science, Jan 1965
Solomom, E. "The arithmetic of capital budgeting decisions", Journal of Business, april 1956
Casarotto, N.; Kopittke, B.H. , Análise de Investimentos, Editora Atlas 9ª edição, 2006 – São Paulo - Brasil

longo continuaria rendendo como o inicialmente estabelecido, enquanto os mais curtos teriam sido substituídos, à medida que fossem terminando, por outros de maior ou menor rentabilidade. Para que possa haver comparação, é preciso que cada alternativa mantenha sua rentabilidade ao longo dos horizontes iguais. É perfeitamente possível achar a TIR de um projeto ou uma seqüência de projeto a longo prazo, mas não tem sentido achar um TIR equivalente a partir de diversas TIR de projetos sucessivos. Este é um erro freqüentemente encontrado na prática. É preciso recalcular a partir do projeto todo.

Imaginemos dois projetos A e B, ilustrados nos diagramas abaixo, onde são mostrados os investimentos e as receitas, assim como a respectiva Taxa Interna de Retorno i*

A junção dos dois projetos AB (agora em dois períodos) não dá a média 20%, mas sim = 18,4%. Verifique como seria BA

Entretanto, a repetição do mesmo projeto por mais períodos, como, por exemplo, BB, mantém a mesma Taxa de Retorno.

c) Alavancagem (Leverage) Financeira

Apresentaremos, agora, um segundo efeito de alavancagem em avaliação de projetos. O primeiro foi apresentado quando do estudo do Ponto de Equilíbrio.

Suponha que eu tenha a oportunidade de investir num projeto que tenha uma TIR de 35%. Eu posso pedir capital emprestado (por exemplo, a um banco) a 30%. Convém pedir o empréstimo para investir no projeto? Este é um caso interessante, pois deparamos com a oportunidade de ganhar dinheiro sem ter nenhum capital (próprio) inicial. Como um todo, isto corresponde a ter, para todo o empreendimento - empréstimo mais projeto -, uma Taxa de

Retorno Infinita. Obviamente, estarei aproveitando-me de uma situação privilegiada de ter onde investir a 35% um empréstimo feito a 30%. Se o banco tivesse acesso à mesma possibilidade como a que eu tenho, é óbvio que ele faria o investimento que lhe traria 35%, em vez de me emprestar a 30%.

Se o problema for perfeitamente determinístico, devo claramente aproveitar a oportunidade e empreender o projeto. Na prática, nada é perfeitamente determinístico. Sempre há os percalços dos negócios que trazem riscos. Assim como eu esperava um retorno de 35%, devido a fatores não-controláveis, posso receber apenas 28%. Neste caso, em vez do belo sonho de eu conseguir uma Taxa de Retorno Infinita, lá estou eu incorrendo numa perda de 2%.

O efeito alavancagem é extremamente atraente se tudo der certo, mas envolve riscos que devem ser considerados.

Taxa de Alavancagem — A taxa de alavancagem é uma medida da relação entre o capital financiado e o capital total para o investimento. Como esta relação tem de ser calculada para um mesmo ponto no tempo, é preciso levar todas as parcelas correspondentes para esse ponto (geralmente, o ponto t = 0) à taxa de desconto adotada. No caso de um estudo de TIR, a taxa de desconto é aquela que se aplica a todas as parcelas, ou seja, a própria TIR.

Por exemplo, um projeto que implique investimento próprio de V_0 = 1.000, V_1 = 500, além de uma parte financiada $V_{0'}$ = 500, $V_{1'}$ = 1.200 e resulte, após um cálculo financeiro do fluxo todo, numa TIR = 18%, tem uma taxa de alavancagem:

$$TA = \frac{500 + \dfrac{1200}{1{,}18}}{1500 + \dfrac{1700}{1{,}18}} = 51{,}6\%$$

O capital próprio é considerado no instante do seu desembolso e o financiado no instante de sua liberação (incorporação ao projeto).

EXEMPLO 5.9

A firma Titanicarseniatotoxica, subsidiária da Greatoverseaspollution, está estudando a possibilidade de um empreendimento em Toxolândia. As parcelas a serem investidas terão que provir 50% da firma, e os outros 50% serão financiados a juros de 8% ao ano pelo BNDS, pagáveis em 10 anos e com carências de início de pagamento de 4 anos para cada uma das parcelas emprestadas na fase dos anos iniciais de investimento. O fluxo anual de dinheiro total segue a tabela abaixo.

Calcular:

a) A taxa interna de retorno do projeto em si.

b) A taxa de retorno do ponto de vista da firma investidora.

Ano	Investimento Total	Operação e Manutenção	Receita Bruta
0	1.000	—	—
1	500	—	—
2	3.000	—	—
3	200	50	150
4	—	100	500
5	—	100	500
6	—	100	500
7	—	200	1.000
8	—	200	1.000
9	—	200	1.000
10.	—	200	1.000
11	—	200	1.000
12	—	200	1.000
13	—	200	1.000
14	—	200	1.000
15	—	200	1.000
16	—	200	1.000
17	—	200	1.000
18	—	200	1.000
19	—	200	1.000
20	—	.200	1.000

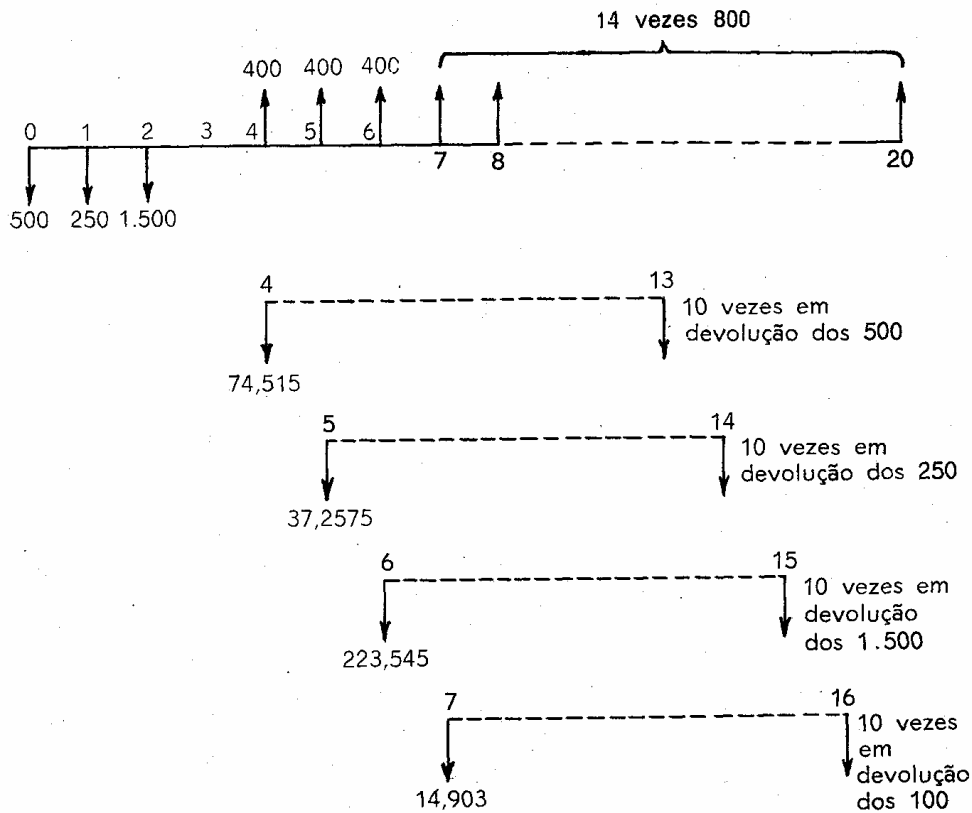
SOLUÇÃO:

a) Projeto em si: significa o caso no qual a firma arcaria com todo o financiamento, como se o BNDS não existisse. Essa análise é chamada de Análise Econômica do Projeto.

Então:

$$1000 + \frac{500}{1+i} + \frac{3000}{(1+i)^2} + \frac{3000}{(1+i)^2} = \frac{400\left[(1+i)^{14} - 1\right]}{i(1+i)^{14}} \frac{1}{(1+i)^4}$$

Calculando a taxa de retorno, resulta: TIR = 10%

b) Firma investidora

$$500 + \frac{250}{1+i} + \frac{1500}{(1+i)^2} = \frac{400\left[(1+i)^{14} - 1\right]}{i(1+i)^{14}} \frac{1}{(1+i)^4} - \frac{74{,}515\left[(1+i)^{10} - 1\right]}{i(1+i)^{10}} \frac{1}{(1+i)^4} -$$

$$\frac{37{,}2575\left[(1+i)^{10} - 1\right]}{i(1+i)^{10}} \frac{1}{(1+i)^5} - \frac{223{,}545\left[(1+i)^{10} - 1\right]}{i(1+i)^{10}} \frac{1}{(1+i)^6} - \frac{14{,}903\left[(1+i)^{10} - 1\right]}{i(1+i)^{10}} \frac{1}{(1+i)^7}$$

Resulta Taxa Interna de Retorno = 13,5% a.a, que é maior do que 10% ao ano, devido à alavancagem.

5.6 — O PROBLEMA DECISÓRIO

É possível utilizar os procedimentos expostos no presente capítulo para calcular custos e benefícios relativos a atividades em curso, ou já terminadas, cuja decisão de empreender tenha sido tomada no passado. Entretanto, nosso objetivo principal é apresentar um conjunto de técnicas quantitativas de análises econômico-financeiras para auxílio no problema decisório. Decisões são sempre atos no presente, relativos a eventos futuros e baseados em expectativas. Dentro desse contexto, convém salientar que o custo de empreender uma atividade sempre é o custo de oportunidade que se incorre.

Consideremos o caso no qual já possuo uma instalação pela qual paguei 1.000 unidades de capital há cinco anos e que produz 40 peças por ano a um custo variável (operacional) de duas unidades de capital por peça fabricada. Espera-se que esta instalação dure mais quinze anos em atividade nas mesmas condições.

Evidentemente, a decisão de comprar e operar essa instalação já foi tomada no passado.

Considerando uma taxa de desconto de 10% a.a., queremos analisar as seguintes situações:

a) Calcular o custo por peça produzida:

$$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow A = 1.000\,\frac{10\%(1+10\%)^{20}}{(1+10\%)^{20} - 1} = 117{,}46$$

custo do capital por peça $= \dfrac{117{,}46}{40} = 2{,}94$

custo total por peça = custo variável + custo do capital =

$$= 2 + 2{,}94 = 4{,}94$$

b) No presente instante só consigo vender a peça por três unidades de capital e minha expectativa é que esta situação se mantenha por muito tempo. Pelas minhas contas, resulta que estou incorrendo num prejuízo. Suponho que não possa reaproveitar ou vender a instalação, que decisão tomar?

Como não posso recuperar o investimento, o custo de oportunidade do capital é zero. Comparo o custo operacional unitário (variável) de dois com a receita unitária de três e decido continuar a fabricação.

c) Após muito esforço, consegui um eventual comprador pela instalação, tendo sido oferecidas 130 unidades de capital por ela. Devo vendê-la e parar a fabricação ou devo deixar de vender a instalação e continuar produzindo a peça por mais 15 anos?

Minha expectativa é que tanto o preço alcançado pelas peças fabricadas como o custo variável unitário se mantenham pelos próximos 15 anos.

custo de oportunidade do capital, por ano

$$\frac{A}{V_a} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow A = 130\,\frac{10\%(1+10\%)^{15}}{(1+10\%)^{15} - 1} = 17{,}00$$

custo de oportunidade do capital por peça produzida:

$$= \frac{17{,}00}{40} = 0{,}43$$

custo unitário total para fins de decisão

$$= 2 + 0{,}43 = 2{,}43$$

Como o preço de venda unitário é 3,00 decido não vender a instalação e continuar produzindo.

5.7 — PROPOSTAS COM RESTRIÇÕES

Em casos de múltiplas propostas, podem ocorrer restrições que nos impeçam de analisá-las independentemente. Podem haver vínculos que façam com que uma certa proposta só possa ser considerada desde que uma outra seja aceita. Podem haver restrições tais que a aceitação de uma proposta automaticamente elimine algumas outras. Pode haver restrições na disponibilidade de capital para investir.

EXEMPLO 5-10

Tenho a oportunidade de investir em diversas atividades. Qualquer quantia não investida pode render, em depósito bancário 5% ao ano de juro real. A renda anual, a valor constante, proveniente de cada proposta pode ser considerada como tendo uma vida infinita. Por questões de risco, tenho como norma não selecionar mais do que uma proposta de cada categoria.

Categoria	Proposta	Investimento	Renda Anual
Imóveis	I1 Escritório	R$ 500.000	R$ 30.000
	I2 Apartamento	R$ 1.000.000	R$ 50.000
	I3 Casa	R$ 1.500.000	R$ 75.000
Comércio	Cl Loja	R$ 250.000	R$ 20.000
	C2 Posto de Gasolina	R$ 1.000.000	R$ 60.000
	C3 Livraria	R$ 1.500.000	R$ 75.000
Fábricas	F1 Parafusos	R$ 1.000.000	R$ 60.000
	F2 Móveis	R$ 1.200.000	R$ 70.000
	F3 Peças de Automóvel	R$ 2.000.000	R$ 140.000
	F4 Indústria Alimentícia	R$ 2.400.000	R$ 152.000
Papéis	P1 Ações	R$ 500.000	R$ 20.000
	P2 Obrigações	R$ 1.000.000	R$ 50.000
	P3 Letras	R$ 2.000.000	R$ 120.000

Que propostas escolher se houverem as seguintes restrições de capital máximo disponível para investir:

a) de R$ 1.000.000

b) de R$ 2.500.000

c) Dispuser de quantias ilimitadas

Solução

Começando por calcular o retorno $r = \dfrac{\textbf{Renda Anual}}{\textbf{Investimento}}$ para cada proposta, obtemos:

I1 = 6%; I2 = 5%; I3 = 5%;

Cl=8%; C2=6%; C3 = 5%;

F1 = 6%; F2=5,85%; F3=7%; F4 = 6,35%;

P1=4%; P2=5%; P3 = 6%.

Desta forma podemos eliminar I2, I3, C3, P1, P2 por não serem melhor que um depósito bancário a prazo o qual não envolve risco algum.

A seguir, é preciso calcular as melhores combinações. Assim, para o caso a, as combinações são:

i) I1, Cl, banco

ii) C2 ou F1, indiferentemente

Para a alternativa **i** acima, sobram R$ 250.000 para investir no banco a 5% o que dá uma renda anual de R$ 12.500. A resposta é, pois, escolher a alternativa i, que rende R$ 62.500 por ano, em vez a **ii**, que só rende R$ 60.000 por ano.

Procedendo de modo análogo para o caso b, concluímos pela solução C1,F3 e banco.

Para o caso c, basta analisarmos por categoria. Na categoria 1, só pegamos I1. Na categoria C, o máximo aceitável é C2, que resulta em R$ 60.000 anualmente, mas com o mesmo investimento; Cl + banco resulta em R$ 57.500 anuais, de modo que preferimos C2. Para a categoria F, observamos um teto de investimento de R$ 2.400.000, que resulta nas quatro alternativas com rendas anuais:

(F1+banco)→ 60.000+70.000 =1350.000

(F2+banco)→ 70.000 +60.000=130.000

(F3+banco)→ 140.000+20.000=160.000

(F4) → 152.000

A melhor opção é:C2, F3 e P3

5.8 — O MÉTODO DO TEMPO DE RETORNO (PAY BACK)

No método do tempo de retorno, a idéia é selecionar o projeto que reponha o investimento no tempo mais curto. Assim, podemos analisar os projetos A e B da Figura 5-2, onde, para os gráficos c, adotou-se i = 10%.

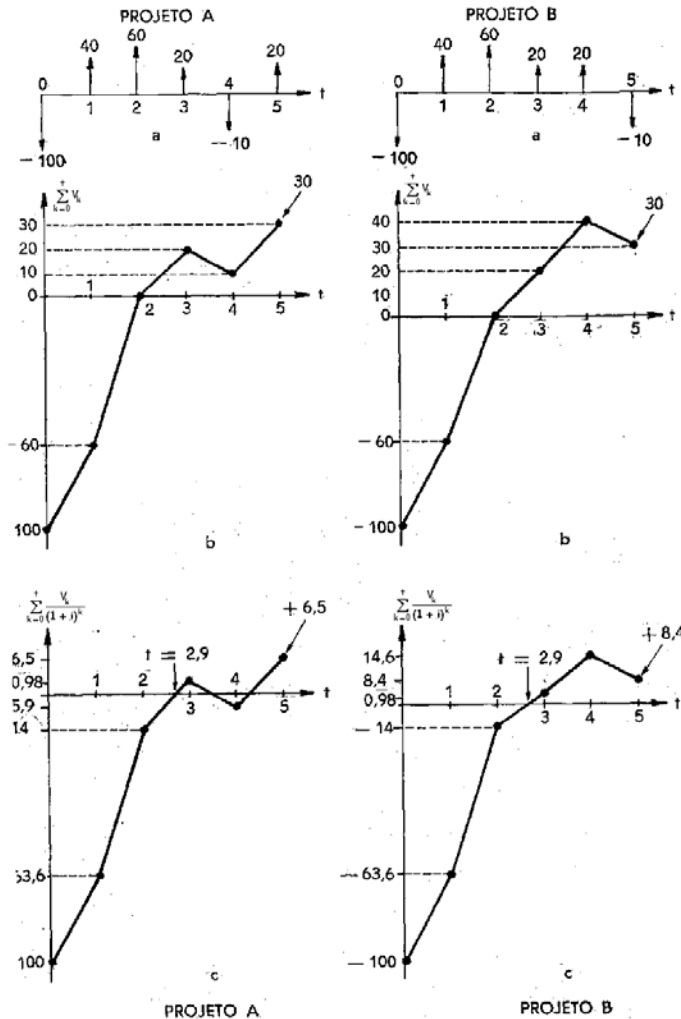



FIGURA 3-2

Os fluxos correspondentes aos projetos estão na Figura a, onde vemos que a única diferença é uma troca na ordem dos valores nos instantes 4 e 5. Na Figura b vemos o gráfico tradicional do método do tempo de retorno. Para ambos os casos, o tempo de retorno é de 2 anos e o valor em t = 5 resulta em 30. Já sabemos que os dois projetos não são igualmente bons; de fato, é fácil concluir que o projeto B é melhor do que o projeto A.

O método reza que o melhor projeto é aquele que tem o menor tempo de retorno. No caso apresentado, ambos os tempos de retorno são iguais e o método é incapaz de selecionar o melhor. Em geral, mesmo quando os tempos de retorno resultam diferentes, o método é incapaz de selecionar o melhor projeto. O problema é que ele não considera a mudança de valor do dinheiro ao longo do tempo e simplesmente soma as parcelas sem qualquer transformação. O método é não recomendado embora algumas multinacionais ou mesmo empresas brasileiras o utilizem.

No caso da Figura c, o método do tempo de retorno é melhorado, pois, na soma. as parcelas são transformadas pela taxa de desconto. Neste caso, novamente o tempo de retorno resulta igual, cerca de 2,9 anos para ambos os projetos. Novamente a simples observação do tempo de retorno não permite selecionar o melhor projeto. Novamente, o método é falho, mesmo quando os tempos de retorno resultam diferentes.

O fato de no caso do projeto A, a curva cruzar o eixo dos tempos mais duas vezes aumenta a confusão e desafia qualquer tentativa de interpretação. O único ponto que realmente faz sentido é o valor em t = 5. Este é precisamente o valor atual V_{aA} = 6,5 e V_{aB} = 8,4 correspondente ao já conhecido método do Valor Atual.

O método do tempo de retorno evidencia ainda mais seus problemas quando temos projetos com horizontes diferentes. Neste caso, ao se aumentar o horizonte para o mínimo múltiplo comum, as curvas podem cruzar os eixos dos tempos diversas vezes. Torna-se impossível encontrar o "tempo de retorno".

A idéia de quanto menor o tempo de retorno menor o risco é devida à garantia de reaver o investimento num futuro mais próximo e, portanto, menos incerto também não se sustenta. Existem técnicas muito melhores para incorporar, de modo explícito, a incerteza na avaliação de projetos.

5.9 — OBSERVAÇÕES

Seguem-se algumas considerações de naturezas: Ordem Prática, Ordem Matemática e Ordem Conceitual.

a) **Ordem Prática** Todos os bons métodos conduzem a uma mesma decisão quanto ao aspecto econômico para selecionar alternativas de projetos de investimento. Entretanto, os métodos assumem certas condições que precisam ser verificadas. Aplicar métodos sem entendê-los e esperar obter respostas úteis é ilusão.

Os métodos foram apresentados supondo condições de conhecimento perfeito. Nos casos reais, há incerteza quanto ao valor das parcelas do fluxo (desde dúvidas quanto ao montante até dúvidas quanto à inflação e à correção monetária futura), há incerteza quanto ao horizonte (até quando um projeto se manterá?), há incerteza quanto ao custo de oportunidade (qual é o meu verdadeiro custo de oportunidade? Será que ele se manterá constante ao longo da vida do projeto?). Estas incertezas não invalidam os métodos. Para contorná-la é preciso proceder a uma análise de sensibilidade: variar os valores sobre os quais se tem incerteza, em torno do valor mais provável. Observam-se os resultados para cada caso e analisa-se se há mudança na decisão. Pode haver alterações, por exemplo, no resultado do valor atual e nem por isso alterar a decisão. O ponto mais importante é a decisão.

b) Ordem Matemática — Quando do cálculo da Taxa Interna de Retorno, discutiu-se o problema das raízes múltiplas. Na realidade, o fato de haver diversas inversões, no fluxo de dinheiro não implica, obrigatoriamente, na existência de raízes múltiplas. O importante é que não haja inversões nos valores acumulados. Assim, na Figura 3-2, é preciso observar se a curva no gráfico da Figura b cruza o eixo dos tempos mais de uma vez. No caso da Figura 3-2, para

o projeto A a parcela em t = 4 aparece com uma inversão de sinal. Entretanto, apesar disto, a curva da Figura b correspondente não torna a cruzar o eixo dos tempos. Conseqüentemente, o projeto A tem uma Taxa de Retorno única i* = 13,6%.

Para o cálculo do Valor Atual, foi suposto que a taxa de desconto fosse constante ao longo da vida do projeto. Tal hipótese não é necessária. A cada período pode corresponder uma taxa de desconto diferente (raros são os casos nos quais isto faz sentido, do ponto de vista prático, isto é, que se possa prever estas diferentes taxas de desconto).

Quanto ao calculo do Equivalente Uniforme Anual com taxas de desconto diferentes por período, é teoricamente possível encontrar uma seqüência periódica de valores iguais que satisfaça. Entretanto, achar esta seqüência, em casos práticos, é muito trabalhoso e de utilidade muito duvidosa. Manipulações matemáticas sem sentido econômico não se justificam no presente estudo. Quanto à taxa de Retorno ela se refere à vida toda do projeto. Se a Taxa de Retorno, calculada para um projeto, for superior a todos os custos de oportunidade, diferentes para cada período, então o projeto resulta desejável. Se a taxa de retorno for superior a alguns custos de oportunidade (alguns períodos) e inferior a outros, então nada podemos concluir. Se ela for inferior a todos os custos de oportunidade, o projeto deverá ser rejeitado.

c) **Ordem, Conceitual** — Quando analisamos projetos alternativos com horizontes diferentes, impusemos um alargamento dos horizontes, por meio de repetições idênticas, até que os horizontes se igualassem. Isto foi feito explicitamente no caso do método do Valor Atual e implicitamente para os métodos do Equivalente Uniforme Anual e da Taxa Interna de Retorno. O motivo é que o processo do investimento foi considerado como um sistema fechado tendo como único elemento de ligação externa a taxa de desconto (ou custo de oportunidade) para comparações.

Projetos com horizontes diferentes poderiam ser analisados, sem maiores restrições, em um contexto de sistema aberto. O projeto de horizonte mais curto é complementado por uma continuação, até atingir a mesma extensão que o de horizonte mais longo. Esta complementação pode ser feita ao custo de oportunidade (pois foi suposto que tal oportunidade existia) ou por meio de outro projeto que entre na seqüência. Com isto, o projeto que, originalmente, tinha um horizonte mais curto, transforma-se em projeto composto e os horizontes passam a ser iguais.

A Taxa de Retorno (TRI) é um método no qual não se utiliza, para efeito de comparação, um custo de oportunidade externo ao projeto em estudo. A Taxa de Retorno mede o custo de oportunidade no qual incorreríamos se não efetuássemos o projeto proposto. A comparação é a proposta com não fazer nada com o capital.

Se os métodos resultarem em decisões aparentemente diferentes, é porque eles estarão respondendo a perguntas (modelos-hipóteses) diferentes. Em uma análise bem feita qualquer dos três métodos e suas variantes (como Benefício-Custo ou Análise Incremental) deve conduzir à mesma decisão. Situações particulares de empresas (tais como falta de acesso a mercado de capitais etc.) podem condicionar seus modelos,de modo a tornar os cálculos mais simples por um dos métodos. Isto depende das circunstâncias. É, pois, comum empresas estabelecerem uma metodologia rígida interna para a avaliação de projetos. Nestes casos, a alta direção da empresa estará automaticamente completando as hipóteses básicas dos modelos dos

planos de investimento. Seria conveniente analisar se estas hipóteses básicas correspondem ao projeto de investimento que está sendo avaliado.

Os métodos, até esse ponto apresentados, referem-se a modelos nos quais, ao longo do tempo correspondente a um fluxo monetário, tudo ocorre a uma taxa única de desconto. Na prática, as situações podem ser bem mais complexas podendo haver distintas taxas para as aplicações (conforme o volume delas) quando de fluxos positivos e distintas taxas para captações (fluxos líquidos negativos). Seria necessário misturar as análises de rentabilidade com as de gestão do fluxo de caixa.

5.10 — RENTABILIDADE FINANCEIRA E TAXAS MÚLTIPLAS

Nos tópicos anteriores estudamos as ferramentas básicas para a análise econômica de um projeto e começamos algumas considerações financeiras (como exemplo, alavancagem). Numa análise econômica, o projeto tem estrutura própria, rígida e tem sua avaliação feita graças ao uso de uma taxa de desconto que deve refletir um custo de oportunidade e que pode ser usada diretamente ou com parada com a TIR.

Numa análise financeira, um projeto tem que ser avaliado no contexto da sua gestão financeira, ou seja, considerando o modo de administrar o fluxo de caixa. De fato, nós já vimos que um financiamento externo (exemplo 5-9) de parte do investimento correspondente a uma alavancagem altera a rentabilidade do projeto. Por outro lado, é preciso considerar que é possível obter financiamento externo a taxas de captação que dependem de valores e de prazos e que também é possível reinvestir excessos de caixa a taxas de aplicação que dependem de valores e de prazos.

Indicamos a leitura de textos específicos. Um deles é Ehrlich, P. J. Engenharia Econômica – Avaliação e Seleção de Projetos de Investimento – Editora Atlas – 4ª edição - 1986

5. 11 EXERCÍCIOS

5.11.1 Para perfazer uma determinada tarefa, temos 2 tipos de equipamentos com desempenho técnico igualmente bom. O equipamento A custa R$ 150.000 e tem uma vida de 8 anos antes de precisar de uma reforma a qual custará R$ 50.000, o que lhe permite durar mais 4 anos. Após isto, é preciso jogar fora o equipamento cujo valor residual é nulo. O equipamento B tem vida de 20 anos e não precisa de reforma alguma. Após este tempo, é preciso jogar fora este equipamento.

Se o custo de oportunidade do capital para a firma é de 15% ao ano, qual o preço máximo que convém pagar pelo equipamento B? Convém reformar o equipamento A após os 8 anos iniciais de uso?

Resposta: R$ 192.083,05 é o preço máximo para o equipamento B.

EUA com reforma R$ 30.687,47

EUA sem reforma R$ 33.427,51

Isto significa que a reforma é conveniente.

5.11.2 Ao se projetar mais uma fábrica de cimento da firma Hiperpulmosílicose, analisam-se duas alternativas. A primeira (A) incluirá apenas alguns dispositivos antipoluentes, enquanto a segunda (B) prevê muito mais proteção para a saúde da colônia de trabalhadores e suas famílias que vivem perto da fábrica. Os fluxos de dinheiro envolvidos na análise das alternativas são:

Ano	Investimento		Receita Bruta	Operação e Manutenção		Gastos Extras	
	A	B	A e B	A	B	B	A
0	2.000	2.000	0	0	0	0	0
1	500	700	0	0	0	0	0
2	400	900	200	50	60	0	30
3	—	—	400	100	110	0	80
4	—	—	400	100	110	0	80
5	—	—	400	100	110	0	80
6	—	—	400	100	110	0	80
7	—	—	400	100	110	0	80
8	—	—	400	100	110	0	80
9	—	—	400	100	110	0	80
10	—	—	400	100	110	0	80
11	—	—	400	100	110	0	80
12	—	—	400	100	110	0	80
13	—	—	400	100	110	0	80
14	—	—	400	100	110	0	80
15	—	—	400	100	110	0	80
16	—	—	400	100	110	0	80
17	—	—	400	100	110	0	80
18	—	—	400	100	110	0	80
19	—	—	400	100	110	0	80
20	—	—	400	100	110	0	80

Valores residuais nulos. A taxa de retorno mínima aceitável pela firma é de 18% ao ano.

a) Qual das alternativas escolher?

b) Por que fator constante deve ser multiplicado o valor dos Gastos Extras etc, para se obter o ponto de indiferença entre as duas alternativas?

Resposta: a) V_a = -R$ 249,12 e portanto o plano A deve ser escolhido

b) 1,76

5.11.3 A firma de processamento de dados Dapro costuma pagar R$ 350.000,00 de aluguel mensal por seus equipamentos além de R$ 180.000,00 de manutenção. A companhia fabricante de computadores oferece à Dapro a opção de compra dos equipamentos por meio de um pagamento inicial de R$ 2.000.000,00 e 48 prestações mensais idênticas de R$ 280.000,00. No caso de opção da compra, a manutenção ficaria em R$ 130.000 mensais. A firma Dapro considera seu custo de oportunidade do capital como sendo de 15% anuais. Por outro lado,

seu presidente pretende assumir uma atitude conservadora, e imaginar que, após quatro anos, o valor residual do equipamento seja nulo.

a) Proceda à análise da opção de compra e veja se ela é conveniente. Para que valor do custo de oportunidade do capital a decisão proveniente do cálculo anterior mudaria?

b) Repita o estudo caso a opção de compra não seja mais por meio de pagamentos uniformes. O pagamento, agora, tem variação linear, tal que o primeiro seja de R$ 410.000,00 e o último (o quadragésimo oitavo) seja de R$ 150.000,00.

Resposta: a) i_{mensal}=1,17%; $V_{aaluguel}$=R$ 19.407.222; $V_{acomputador}$=R$ 17.013.134

b) EUA=R$ 474.620 mensal para a compra, que é menor que R$ 350.000+R$ 180.000 e, portanto compra.

5.11.4 Um comerciante adquiriu, há seis meses, dois títulos no valor de R$ 1.000,00 cada um, que prometiam a restituição deste capital, mais juros nominais à taxa de 36% ao ano, com capitalização (com posição) bimestral ao fim de um prazo fixo. Tal prazo era de 8 meses para o primeiro dos títulos e de 10 meses para o segundo.

Entretanto, como precisasse hoje de dinheiro, o comerciante vendeu os títulos a um colega, que pagou por eles R$ 2.200,00.

Qual a taxa de retorno anual obtida pelo seu colega com a transação realizada hoje?

Resposta: i=96%

5.11.5 Um título de Valor Nominal de R$ 1.000,00 pagando 8% ao ano, pagos trimestralmente e dando 5% de bonificação extra no fim de cada ano, é resgatável ao fim de 5 anos.

Calcular a taxa de retorno obtida pelo famoso magnata Uncle Duckold sabendo que ele conseguiu comprar um destes títulos exatamente um ano após o seu lançamento por R$ 900,00 e o revendeu, após ficar com ele exatamente 3 anos, por R$ 950,00.

Resposta: i=16,3%

5.11.6 Para uma determinada tarefa, posso comprar um equipamento (e só preciso de um) que custará R$ 1.000,00, renderá R$ 60,00 por mês durante 20 meses e depois terá de ser jogado fora.

Ë possível comprar um outro, mais reforçado, por R$ 1.150,00, que durará 25 meses antes de ser jogado fora, e que renderá os mesmos R$ 60,00 por mês.

Será que vale a pena comprar algum destes equipamentos (neste caso, qual?) ou é melhor investir na Caixa Econômica que dá 6% ao ano?

Resposta: Mais reforçado

5.11.7 Sr. Penab Ranca comprou um título de valor nominal de R$ 1.000 e vencimento em 15 anos. O título paga 5% ao ano pagos trimestralmente. Ele pagou R$ 980 pelo título e seis anos depois, logo após receber o vigésimo quarto pagamento de juros, ele vendeu o título por R$ 1.015. Calcule a taxa interna de retorno (TIR) anual do seu investimento.

Resposta: i=5,8%

5.11.8 Uma companhia pretende conseguir R$ 1.000.000 de capital vendendo títulos. Para isto contrata urna corretora. Os títulos pagam 6% ao ano compostos trimestralmente e com vencimento ao fim de 10 anos. A corretora paga à companhia R$ 960.000 pelos títulos todos. A companhia paga os juros trimestralmente, além de uma taxa trimestral de R$ 500 à corretora, que então se encarrega do cadastramento e de encaminhar os juros aos investidores.

a) Calcule o custo efetivo do capital para a companhia.

b) O Sr. Duck Old possui um destes títulos e acabou de receber a oitava parcela de juros. Seu conhecido, Sr. Chicken, pretende comprar o título do Sr. Duck Old a um valor tal que lhe renda 8% ao ano de juros compostos trimestralmente, desde que ele fique com o título até seu vencimento (maturidade). Calcule quanto o Sr. Chicken oferece pelo título que tem um valor nominal de R$ 1.000:

c) Sr. Duck Old encontra outro amigo que lhe oferece R$ 1.050 pelo mesmo título. O Sr. Duck Old pagou R$ 1000 pelo título, quando da sua emissão, e acaba de receber a oitava par cela de juros. Calcule a taxa de retorno intrínseca que o Sr. Duck Old obteria se vendesse o título a este seu amigo.

Resposta: a) i=6,9%a.a.

b) R$ 895

c) i=8,6% a.a.

5. 11. 9 Uma firma imobiliária possui um lote em São Caetano, e tem dois planos diferentes para comercializá-lo, O custo do lote é de R$ 500.000. A firma pretende construir um edifício comercial, ficar com ele no máximo durante cinco anos, receber o aluguel e a seguir vendê-lo. Os fluxos de caixa líquidos estão mostrados abaixo. O plano mais dispendioso vai requerer dois anos de construção, enquanto o menos dispendioso poderá ser completado em um ano apenas.

Ano	Plano F (R$)	Plano G
0	- 500.000 (terreno)	- 500.000 (terreno)
1	- 2.000.000	- 2.500.000
2	250.000	- 1.500.000
3	250.000	475.000
4	250.000	475.000
5	250.000	475.000
6	3.000.000	5.000.000

a) Calcule a taxa de retorno do plano F.

b) Calcule a taxa de retorno do investimento incremental do plano G sobre o plano F. Se, para a firma, o mínimo aceitável for i*= 12% e ela for obrigada a aceitar um dos dois planos, qual deve ser aceito?

Resposta: a) i*=11%

b) F, pois resulta i*=4,8%<12%

5.11.10 Uma empresa necessita optar entre dois equipamentos A e B. Ambos os equipamentos são considerados equivalentes durante sua vida útil, porém têm vidas úteis diferentes. O equipamento A tem vida útil de 6 anos e deve ser pago através de uma entrada de R$ 120.000,00 e mais cinco parcelas anuais, decrescentes linearmente de [R$.120.000 — R$ 20.000 t], t = 1, 2, 3, 4, 5. O equipamento B tem vida útil de 4 anos e deve ser pago através de uma entrada de R$ 140.000,00 mais quatro parcelas anuais iguais de R$ 35.000,00 cada uma, vencendo a primeira um ano após a compra. Admitindo que cada equipamento somente possa ser utilizado durante sua vida útil nominal e que a empresa em questão utilize em seus cálculos financeiros a taxa de juros de 12% ao ano, qual equipamento deverá ser escolhido?

Resposta: EUA_A= R$ 85.800

EUA_B= R$ 81.100 e, portanto se escolhe B.

5.11.11 Utilize uma análise Benefício-Custo para selecionar qual o projeto mais vantajoso.

Ano	**Plano F (R$)**	**Plano G**
0	- 500.000 (terreno)	- 500.000 (terreno)
1	- 2.000.000	- 2.500.000
2	250.000	- 1.500.000
3	250.000	475.000
4	250.000	475.000
5	250.000	475.000
6	3.000.000	5.000.000

Ambos demoram cinco anos para serem concluí dos e o custo de oportunidade é de 14% a.a.

Projeto	Investimento Inicial	Despesa Anual	Benefício ao final do Projeto
A	100	30	590
B	180	40	860

Resposta: (B/C)A=1,51 → o projeto A é aceitável

$$\frac{B_B - B_A}{C_B - C_A} = \mathbf{1{,}24}$$ portanto se escolhe B pois ele é melhor.

5. 11. 12 Dados o projeto A: V_0 = —150; V_1= V_2 = ... = V_{10} = 40, e o projeto B: V_0 = —100; V_1= V_2 = ... = V_{20} = 20.

a) Supondo que cada projeto só possa ser executado uma vez, calcule V_{aA} e V_{aB} com i = 10%

b) Repetir o item anterior com i = 3%

c) Repetir o item **a** se o projeto A puder ser repetido duas vezes seguidas.

d) Repetir o item **c** com i = 3%

Resposta: a) V_{aA}=95,78; V_{aB}=70,27

b) V_{aA}=191,28; V_{aB}=197,55

c) V_{aA}=132,73; V_{aB}=70,27

d V_{aA}=333,55; V_{aB}=197,55

5.11.13 Um apartamento de um dormitório custa R$ 71.000,00 e rende um aluguel de R$ 9.600,00 por ano, durante 20 anos. Um apartamento de dois dormitórios custa R$ 124.000,00 e rende um aluguel de R$ 14.400,00 por ano, durante 20 anos.

Supondo que as duas alternativas sejam mutuamente exclusivas, decida, UTILIZANDO ANÁLISE B/C (Benefício Dividido por Custo), qual a melhor alternativa de investimento quando o custo de oportunidade de capital for:

a) 15% a.a.

b) 10% a.a.

c) 6% a.a.

Resposta: a) Nenhum

b) 1 dormitório

c) 2 dormitórios

5.11.14 Um trator XP200 pode ser alugado com seu operador por R$ 126.800,00 anuais. Este mesmo trator pode ser comprado por R$ 190.000,00 a vista, exigindo uma reforma que custará R$ 30.000,00 no fim do terceiro ano e a contratação de um operador por R$ 74.000,00 por ano (incluindo encargos sociais). Ao fim de 5 anos ele poderá ser vendido por R$ 68.000,00 ou reformado por R$ 57.000,00, e usado durante mais três anos antes de ser descartado como sucata. O custo de oportunidade do capital é de 15% a.a. Decida qual das seguintes opções é melhor

a) aluguel

b) compra e uso durante cinco anos

c) compra e uso durante oito anos.

Resposta: Melhor 5 anos; EUA=R$ 126.478

5.11.15 Determinado aparelho, com preço de lista de R$ 39.950,00, estava sendo vendido a prazo sob várias modalidades de pagamento. Entre tais modalidades, encontravam-se as seguintes:

1) Entrada de R$ 5.990,00 e
   1.1) 24 pagamentos de R$ 3.100,00 ou,
   1.2) 12 pagamentos de R$ 5.230,00

2) Entrada de R$ 8.990,00 e
   2.1) 24 pagamentos de R$ 2.940,00 ou
   2.2) 12 pagamentos de R$ 5.000,00

Após o estudo destas alternativas, tire conclusões a respeito do seguinte:

a) Sob o ponto de vista do comerciante, qual o plano de financiamento mais interessante? Por quê?

b) Sob o ponto de vista do consumidor, qual o plano de financiamento mais interessante? Por quê?

c) Para o mesmo aparelho, calcule qual a prestação a ser paga em 12 meses, se os juros forem de 6% ao mês e a entrada igual à prestação mensal.

Resposta: a) 2.2 (juros maiores)
b) 1.1 (juros menores)
c) R$ 4.257

5.11.16 O Departamento de Estradas e Rodagem está considerando dois tipos de cobertura asfáltica para estradas com os seguintes custos por km:

	TipoA	TipoB
custo inicial	R$ 300.000	R$ 200.000
período de revestimento	8 anos	6 anos
custo anual de reparos	R$ 10.000	R$ 12.000
custos de revestimento	R$ 150.000	R$ 120.000

a) Compare o valor presente dos dois tipos de cobertura asfáltica considerando um horizonte de planejamento de 24 anos e valor residual zero. A taxa mínima de atratividade é de 10% a.a.

b) Considere que o custo anual de reparos para a cobertura A é, na realidade, um valor médio durante os 24 anos. Os custos reais são crescentes, sendo R$ 800 no 1º ano, R$ 1.600 no 2º ano, e assim por diante. Qual o Valor Presente neste caso?

Resposta: a) V_{aA} =R$ 492.467,92 V_{aB}=R$ 435.372,55

b) V_{aA}=R$ 462.191,34

5.11.17. O Sr. X está considerando a possibilidade de entrar de sócio numa empresa, que lhe renderia R$ 120.000,00 por ano de lucro.

O Sr. X espera permanecer como sócio da empresa por oito anos, quando poderá vender sua parte na sociedade por R$ 1.000.000,00. Se o Sr. X conseguir empréstimo a 10% a.a., quanto poderá pagar para entrar na sociedade?

Resposta: R$ 1.106.698,52

5.11.18 Um carro da marca Xguar, novo, custa R$ 600.000,00 e dá uma despesa mensal de R$ 15.000,00. Após um ano de uso, o carro poderá ser vendido por R$ 400.000,00. Qual é o custo mensal de ter sempre o carro do ano, marca Xguar? i= 1% a.m.

Resposta: R$ 36.770

5.11.19. Uma empresa tem um contrato que dá direitos a exclusividade de certo artigo. Pelos termos do contrato a empresa pagará ao inventor R$ 5.000,00 por ano mais R$ 2,00 por artigo produzido. O inventor está oferecendo a venda da patente por R$ 200.000,00. Sabendo que a produção é de 20.000 unidades anuais e que a empresa costuma ter um retorno de 10% sobre seus investimentos, por quantos anos o artigo deverá continuar sendo produzido para que a empresa compre a patente em vez de alugá-la?

Resposta: 6,2 anos

5.11.20. Um fabricante estuda a possibilidade de lançamento de um novo produto. Pesquisas de mercado indicam a possibilidade de uma demanda anual de 30.000 unidades, ao preço de R$ 10,00 por unidade.

Alguns equipamentos existentes seriam utilizados, sem interferir na produção atual com custo adicional de R$ 4.000,00 por ano.

Novos equipamentos no valor de R$ 300.000,00 seriam necessários, sendo sua vida econômica de cinco anos. O valor de revenda aos cinco anos seria de R$ 20.000,00 e o custo de manutenção estimado é de R$ 10.000,00 por ano.

A mão-de-obra direta e o custo de matéria-prima seriam de R$ 4,00 e R$ 3,00 por unidade, respectivamente, não havendo alteração de despesas de administração, vendas etc. Impostos municipais montarão a 3% do investimento inicial, anualmente. Considerando-se uma taxa mínima de atratividade de 10% a.a., deveria ser lançado o novo produto?

Resposta: Não vale a pena lançar o produto, pois o valor presente do investimento é negativo (V_a = — 33.599).

5.11.21 A empresa TRIP S.A. está em dúvida quanto ao tempo que deverá manter seus caminhões em funcionamento. Os dados de custos à disposição da empresa são os seguintes:

Ano	1	2	3	4
Valor de revenda	2.000	1.500	1.000	500 (dados em R$ 1.000,00)
Custo operacional	400	600	800	1.000

O caminhão novo custa R$ 2.800.000,00.
Calcule a vida econômica do caminhão, sabendo que a TMA da empresa é de 20% a.a.

Resposta: A vida econômica do caminhão é de três anos para um EUA_A = R$ 1.630

5.11.22. Uma pessoa para quem o dinheiro vale 7,5% a.a. quer comprar uma residência de super luxo para alugar. Há duas opções básicas descritas a seguir:

	Casa	Apartamento
Preço de compra mais encargos iniciais	5.000.000,00	4.000.000,00
Valor líquido do aluguel anual	450.000,00	400.000,00
Tempo em que o imóvel será mantido	10 anos	8 anos
Valor de revenda do imóvel após este tempo	8.000.000,00	3.500.000,00

Qual a alternativa mais econômica?

Resposta: EUA_{CASA} = R$ 287.057,78
EUA_{AP} = R$ 44.489,46 (equivalente em 10 anos)

5.11.23 Uma empresa estuda o lançamento de um novo produto, o que implicará os seguintes custos:

Compra e instalação do equipamento	R$ 1.700.000,00
Imposto sobre produtos industrializados	20% sobre o valor de vendas
Outros custos anuais indiretos	R$ 150.000,00
Custos anuais de mão-de-obra e matéria-prima	R$ 10,00 p/ unidade

O equipamento poderá ser utilizado por cinco anos no final dos quais terá um valor residual de R$ 200.000,00. O produto deverá ser vendido por R$ 25,00 a unidade.

Qual deverá ser a demanda mínima anual para compensar o investimento a uma taxa de 10% a.a.?

Resposta: 56.570 peças/ano

5.11.24 Há dois anos a Companhia Alfa decidiu investir na implantação de uma nova unidade industrial. Foram gastos R$ 500.000 em 2007 em ativos e R$ 400.000 em 2008 em capital de giro, conforme a previsão feita, a qual considerava uma receita anual de R$ 250.000, a partir de 2009, por cinco anos findos os quais o empreendimento seria vendido por R$ 500.000. A taxa da empresa é de 15% ao ano.

a) Determine se o empreendimento seria economicamente viável.
b) A previsão da empresa teve que ser revista no que tange às receitas anuais que agora serão de apenas R$ 100.000 anuais.

Em virtude desta reversão de perspectivas, os diretores da Alfa estão examinando as duas propostas de venda do empreendimento:

b1) agora em 2009, imediatamente após auferir a primeira das receitas anuais de R$ 100.000, por R$ 600.000
b2) em um ano por 550.000.

O que deverá ser feito? (vale a pena vender quando?)

Resposta: a) V_a = R$ 97.033, economicamente viável
bl) vendê-lo hoje V_a = —R$ 28.620
b2) idem vendê-lo hoje (V_a = 34.780)

5.11.25 Qual das condições de pagamento a seguir é a mais econômica?

a) três vezes sem entrada;
b) tudo daqui a dois meses;
c) em cinco vezes com entrada (1/5).

Para efeitos de cálculos considere uma taxa de 30% a.m.

Resposta: b

5.11.26 O proprietário de uma pedreira está em dúvida sobre qual o processo mais econômico de exploração de sua propriedade. Pelo processo acelerado ele obteria uma renda anual de R$ 400.000 durante três anos e pelo processo normal a renda anual seria de R$ 250.000 durante seis anos. Em ambos os casos a pedreira seria esgotada e não teria valor residual. Para uma taxa de 15% ao ano, qual a melhor alternativa? Quanto vale a pedreira para seu proprietário?

Resposta: A 2ª alternativa, R$ 946.120,5

5.11.27 Dois processos de tratamento de água estão em estudo. Os custos dos mesmos estão resumidos a seguir:

	Proc. A	Proc. B
Investimento inicial	100.000	140.000
Custo anual de manutenção	20.000	15.000
Renovação dos equipamentos	50.000	40.000
Duração dos equipamentos	10 anos	11 anos

Faça uma análise econômica dos processos considerando um horizonte de planejamento infinito e uma taxa de 10% ao ano. Utilize Valor atual

Resposta: V_{aA}=R$ 33l.373 V_{aB}=R$ 311.585

5.11.28 Uma empresa dispõe de R$ 18.000 para investir num novo equipamento, e tem duas alternativas:

Marca A: investimento inicial de R$ 14.000 e saldo líquido anual de R$ 5.000 em sete anos.

Marca B: investimento inicial de R$ 18.000 e saldo líquido anual de R$ 6.500 em sete anos.

Qual a alternativa mais econômica para uma taxa de 30% a.a.?

Resposta: Alternativa B, pois EUA_B = R$ 76,27 e EUA_A = R$ 3,77

5.11.29. Repita o exercício anterior, agora com a suposição de que a empresa dispõe apenas de R$ 16.000, financiando o restante a 40% a.a. pagáveis ao final de 1 ano.

Resposta: Alternativa B, pois EUA_B = 21,37

5.11.30 Considere duas propostas de fornecedores A e B:

A: 30% no pedido	B: 15% no pedido
30% com os projetos (60 dias)	35% com os projetos (90 dias)
30% com a fabricação (120 dias)	50% na entrega (150 dias do pedido)
10% na entrega (a 150 dias do pedido)	______________
Valor Total: R$ 20.000	Valor total: R$ 23.000

Não há reajuste. O fornecedor A fornece prazo adicional de pagamento de 30 dias sem reajuste. B fornece prazo adicional de 30 dias, mas com reajuste de correção monetária. A previsão de correção monetária, que deve ser igual à inflação, é de 10, 10, 10, 12, 12 e 12% para os próximos seis meses.

Qual a melhor alternativa para uma taxa de 1% a.m. real?

Resposta: Alternativa A, pois V_{aA} = R$ 14.203 e V_{aB}=R$ 15.717

5.11.31 Considere os investimentos (—118, 90, 90) e (—120, 64, 64, 64) em anos, repetitivos. Qual a melhor alternativa pelos métodos EUA e V_a, a uma taxa de 10% a.a.?

Resposta: Alternativa A, pois EUA_A = 22,0 e V_{aA} (para duas vidas) = 95,86

5.11.32 Considere os investimentos (—100, 50, 30, 20, 100) e (—100, 20, 30, 50, 100). Calcule o pay back simples a 10% a.a.

Resposta: três anos para ambas

5.11.33. Considere os dados de valor de revenda e custos de operação de R$ carro marca Xguar:

ano	1	2	3	4	5
revenda	500	440	380	300	230
custos	10	16	24	34	46

O preço de um novo é 580 é a taxa é de 10% a.a. Qual a vida econômica?

Resposta: Três anos